Seminararbeit

Der Effekt der Änderung des Punktesystems in Volleyball

Maximilian Mittendorfer
(maximator@gmx.de)

Seminar „Statistik im Sport“
Seminarleiter: Professor Dr. Friedrich Leisch
Betreuer: Manuel Eugster
Wintersemester 2009/2010
Institut für Statistik
Ludwig-Maximilians-Universität München

München, den 25.11.2009

Inhaltsverzeichnis

Einleitung

Im Jahre 1999 wurde von der International Volleyball Föderation (IVF) das Punktesystem zugunsten einer besseren Planung der Spiellänge geändert. Sinn dieser Änderung sollte vor allem eine kontrollierbarere Dauer eines Spiels für die Zuschauer und eine erhöhte Tauglichkeit für TV-Übertragungen sein.
Eingeführt wurde im Jahre 2001 die „Rally-Point“ Zählweise, unter der nach jedem Ballwechsel ein Punkt vergeben wird und löste die bis dahin eingesetzte „Side-Out“ Zählweise ab, unter der nur die aufschlagende Mannschaft punkten konnte.
Auf Basis früherer Überlegungen zu Wahrscheinlichkeitsmodellen in Sport von den Herren Pfeifer und Deutsch (1982), Fellingham und andere (1994) und Calhoun und andere (2002), die alle theoretisch waren, wurden diese Überlegungen von Herrn Kovacs in diesem Jahr 2009 mit Hilfe von computergestützten Simulationen und realen Ergebnissen aus der amerikanischen „Northern Sun Conference“ praxisorientiert weiterentwickelt. Die folgenden Ausführungen stellen die Ergebnisse der Arbeit von Herr Kovacs dar, erläutern sie und zeigen weitere Möglichkeiten der statistischen Analyse.
Durch Auswertungen von Monte-Carlo-Simulationen soll gezeigt werden, dass die Regeländerung tatsächlich die Variabilität und Länge eines Volleyballspiels beeinflusst und ob sie Nebeneffekte mit sich bringt. Das erstellte Wahrscheinlichkeitsmodell und die Simulationen werden dann anhand empirischer Daten aus den Spielergebnissen der U.S. Women’s Northern Sun Intercollegiate Conference im Jahre 2000 und 2001 überprüft.
Danach wird sich herausstellen, ob die IVF mit der Änderung des Zählsystems ihr Ziel erreicht hat.

Durchführungsteil

1. Volleyball und die Spielregeln

Volleyball ist ein Spiel aus der Familie der Rückschlagspiele, welches auf einem 18 Meter langem und 9 Meter breitem Feld, getrennt durch ein bei Männern 2,43 m, bei Frauen 2,24 und im Mixed 2,35 m hohem Netz, gespielt wird.
Es stehen sich zwei Mannschaften zu jeweils 6 Spielern gegenüber.

Ziel einer Mannschaft ist es, den Ball nach maximal 3 Berührungen über das Netz auf den Boden der gegnerischen Spielfeldfläche zu platzieren. Gelingt das regelkonform, erhält eine Mannschaft einen Punkt. Gespielt wird solange, bis einer der beiden Teams 3 Sätze gewonnen hat (oder alternativ 2 Sätze in einem „best of Three“ Spiel). Ein Satz geht bis 25 Punkte, aber in einem möglichen fünften (bzw. dritten) und entscheidendem Satz bis 15 Punkte, wobei immer mindestens 2 Punkte Abstand erreicht sein müssen, um ihn zu gewinnen, ansonsten wird er bis zur Entscheidung verlängert. International wird diese Art der Punktezählung “Rally-Point Scoring System“ genannt, da hier ein Punkt nach jedem Ballwechsel vergeben wird.
Ganz im Gegensatz zu dem bis 1999 eingesetzten „Side-out Scoring System“, in welchem nur die Mannschaft einen Punkt erzielen konnte, welche vorher das Aufschlagrecht erreicht hatte. Auch in diesem System wurde ein Spiel gewonnen, wenn eine Mannschaft drei Sätze für sich entscheiden konnte, aber ein Satz endete in diesem Fall bei 15 Punkten mit mindestens 2 Punkten Abstand oder bei einem Höchstwert von 17 Punkten. Dieser Höchstwert wurde mit der Regeländerung 1999 grundsätzlich abgeschafft.

Es gibt Unterschiede in der zu erreichenden Punkteanzahl von 30 gegenüber 25 zwischen „Leagues“ und „Conferences“. Die empirischen Daten aus den Ergebnissen der Northern Sun Conference (organisiert über die NCAA, der „National Collegiate Athletic Organisation“) sind aus dem 30 Punktesystem und deswegen wird zuerst der Unterschied zwischen diesem „30-Point Rally Scoring System“ und dem „Side-out“ System und danach der Unterschied zwischen dem 30- und dem 25-Punktesystem des „Rally-Scoring“ untersucht.

2. Wahrscheinlichkeitsmodell und Monte-Carlo-Simulationen

Für die Überprüfung des Effektes der Änderung im Punktezählsystem, seien folgende grundlegende Annahmen vorausgesetzt.
Es gibt zwei Teams, nämlich Team A und Team B. Das Erstellen eines Wahrscheinlichkeitsmodells unter Berücksichtigung der relativen Stärke der beiden Teams erfordert nur die Angabe von zwei Wahrscheinlichkeiten. Die Wahrscheinlichkeit, dass Team A den Punkt macht, wenn es serviert, abgekürzt mit P(A|A serviert) und dass Team A den Punkt macht, wenn es returniert, abgekürzt mit P(A|A returniert). Dadurch sind die Wahrscheinlichkeiten für Team B vorgegeben, je nachdem, ob beide Teams gleichstark sind oder nicht. Bei gleicher Spielstärke addieren sich die beiden

Wahrscheinlichkeiten des Team A zu 1 auf und Team B hat jeweils die Gegenwahrscheinlichkeit einen Punkt zu machen.
Es gilt immer:

P(B|B returniert) = 1 - P(A|A serviert) und P(B|B serviert) = 1 – P(A|A returniert).

Bei unterschiedlicher Stärke addieren sich die Wahrscheinlichkeiten des Teams A auf zu über 1, wenn es stärker ist und zu unter 1, wenn es schwächer ist. Damit ergibt sich automatisch aus der obigen Gleichung, dass sich die jeweiligen Wahrscheinlichkeiten des Teams B unter 1 aufsummieren, wenn es schwächer ist als Team A und über 1, wenn stärker. Unter Verwendung der beiden Wahrscheinlichkeiten, dass Team A einen Punkt macht gegeben es serviert oder returniert, wurden Monte-Carlo-Simulationen durchgeführt, die von Herrn Kovacs in Matlab programmiert wurden[1].

Eine Monte-Carlo-Simulation ist ein Verfahren aus der Stochastik, häufig basierend auf Zufallsexperimenten. Analytisch nicht oder nur aufwendig lösbare Probleme werden durch das Generieren von Zufallszahlen, oder auch real z.B. durch Würfeln, numerisch gelöst. Dabei angewendet wird die Wahrscheinlichkeitstheorie und das „Gesetz der Großen Zahlen“, welches einfach formuliert bedeutet, dass sich die relative Häufigkeit eines Zufallsergebnisses ihrer Wahrscheinlichkeit annähert, wenn das Zufallsexperiment immer wieder durchgeführt wird. Über den Computer können solche Monte-Carlo-Simulationen mit nahezu beliebigem Umfang durchgeführt werden.

2.1. Programmcode für die Simulationen in „R“

Für eine Modellierung einer Änderung in der Spiellänge werden in diesem Fall Spielergebnisse mit einem Programm simuliert. Das folgende Programm enthält den von Matlab in die Syntax vom statistischen Softwarepaket „R“ transformierten Source Code mit der Systematik beider Arten der Punktezählung und das Speichern der Spielergebnisse und der Mittelwerte, Varianzen und Standardabweichungen der Spiellängen in Matrizen.
Aufgrund der komplexen Regeln (Höchstwert an Punkten, Punkteabstand, unterschiedliche Regeln im entscheidenden Satz…) und der wiederholten Simulationen für die einzelnen Wahrscheinlichkeitskombinationen ergeben sich verschachtelte for- und while-Schleifen und eine Menge an if-Bedingungen, die in sich selbst auch wieder verschachtelt sind.

[1] Programmcode im Original im Anhang

```
time=1:100
time=time/100
iteration=10000
setpoints=array(dim=c(100,100,iteration,10))

#Rally
length_rally=array(dim=c(100,100,iteration))
wonA_rally=array(rep(0, 10000),dim=c(100,100))
pA_receive=1
pA_serve=1
iter=1
for (pA_receive in 1:99){    # Variierende P(A|A returniert)
   for (pA_serve in 1:99) {  # Variierende P(A|A serviert)
      for (iter in 1:iteration) { #Anzahl an Iterationen der Spiele
         period=0
         game1=0
         game2=0
         if (runif(1) < 0.5)
            serve=1 else
            serve=2
         while ((game1<=2)&&(game2<=2)){
            point1=0
            point2=0
            if ((game1==2) && (game2==2))
               win=15 else
               win=30
            while (((point1<win)&&(point2<win))||(abs(point1-point2)<2)){
               period=period+1
               if (serve==1){
                  if (runif(1)<=(pA_serve/100)){
                     point1=point1+1
                     } else {
                     point2=point2+1
                     serve=2
                  }
                 } else {
                  if (runif(1)<(pA_receive/100)){
                     point1=point1+1
                     serve=1
                     } else
                     point2=point2+1
                  }
                }
            if (point1>point2)
               game1=game1+1 else
               game2=game2+1
            setpoints[pA_serve,pA_receive,iter,(game1+game2)*2-1]=point1
            setpoints[pA_serve,pA_receive,iter,(game1+game2)*2]=point2
         }
```

```
        if (game1>2)
          wonA_rally[pA_serve,pA_receive]=wonA_rally[pA_serve,pA_receive]+1
        length_rally[pA_serve,pA_receive,iter]=period
        iter=iter+1
      }
    pA_serve<-pA_serve + 1
  }
pA_receive<-pA_receive + 1
}

'sideout'
# sideout
win=15
iter=1
lastserve=0
setpoints_so=array(dim=c(100,100,iteration,10))
wonA_sideout=array(rep(0,10000),dim=c(100,100))
length_sideout=array(dim=c(100,100,iteration))
for (pA_receive in 1:99){    # Variierende P(A|A returniert)
  for (pA_serve in 1:99){  # Variierende P(A|A serviert)
    for (iter in 1:iteration){ # Anzahl an Iterationen der Spiele
      period=0
      if (runif(1) < 0.5) lastserve=1
      else
        lastserve=2
      game1=0
      game2=0
      while  ((game1<=2)&&(game2<=2)){
        point1=0
        point2=0
        while                    (((point1<win)&&(point2<win))||(abs(point1-point2)<2)                    &&
(point1<17)&&(point2<17)){
          changed=0
          period=period+1
          r=runif(1)
          if ((lastserve==1)&&(r<=(pA_serve/100)))
            point1=point1+1
          if ((lastserve==2)&&(r<(pA_receive/100))){
            lastserve=1
            changed=1
          }
          if ((lastserve==2)&&(r>=(pA_receive/100)))
            point2=point2+1
          if ((lastserve==1)&&(r>(pA_serve/100)&&(changed==0)))
            lastserve=2
        }
        if (point1 > point2)
          game1=game1+1
        else
          game2=game2+1
        setpoints_so[pA_serve,pA_receive,iter,(game1+game2)*2-1]=point1
```

```
            setpoints_so[pA_serve,pA_receive,iter,(game1+game2)*2]=point2
            if (runif(1) < 0.5) lastserve=1
            else
               lastserve=2
         }
         if (game1>game2)
            wonA_sideout[pA_serve,pA_receive]=wonA_sideout[pA_serve,pA_receive]+1
         lastserve=abs(1-lastserve) #XOR
         length_sideout[pA_serve,pA_receive,iter]=period
         iter=iter + 1
      }
    pA_serve=pA_serve + 1
   }
  pA_receive=pA_receive + 1
}

'calculating'

var_rally=matrix(100,100, data=rep(0, 10000))
mean_rally=matrix(100,100, data=rep(0, 10000))
var_sideout=matrix(100,100, data=rep(0, 10000))
mean_sideout=matrix(100,100, data=rep(0, 10000))

a=numeric(length=10000)
pA_receive=1
pA_serve=1
for (pA_receive in 1:100){
   for (pA_serve in 1:100){
      a=length_rally[pA_serve,pA_receive,]
      var_rally[pA_serve,pA_receive]=sd(a)
      mean_rally[pA_serve,pA_receive]=mean(a)

      a=length_sideout[pA_serve,pA_receive,]
      var_sideout[pA_serve,pA_receive]=sd(a)
      mean_sideout[pA_serve,pA_receive]=mean(a)

      pA_serve=pA_serve+1
     }
    pA_serve=1
    pA_receive=pA_receive+1
   }
```

So ergeben sich für die Wahrscheinlichkeitswerte von P(A|A serviert) = 0.38 und P(A|A returniert) = 0.65 z.B. folgende simulierten Ergebnisse für das „Rally-Point System“, dargestellt in einer Tabelle:

Set 1	Set 2	Set 3	Set 4	Set 5	Result	Length (# of rallies)
30:18	23:30	30:21	30:27		3:1	209

30:27	30:28	20:30	17:30	23:25	2:3	260
23:30	30:27	30:26	27:30	13:15	2:3	251
30:24	27:30	30:27	30:16		3:1	214
27:30	27:30	21:30			0:3	165

Tabelle 1: Beispiele für simulierte Endergebnisse unter (0.38, 0.65)

2.2. Mittelwert der simulierten Spiellängen

Angenommen, dass alle Ballwechsel im Durchschnitt die gleiche Länge haben, wird die Dauer eines Spieles durch die Anzahl an absolvierten Ballwechseln gemessen, die im Programm für jedes Match in der Variable „period" gezählt werden. Die Korrelation zwischen der Ballwechselanzahl und der Spielzeit in Minuten wird später noch anhand von empirischen Daten nachgewiesen.

Es wurden für jede Kombination an beiden Wahrscheinlichkeitswerten (P(A|A returniert), P(A|A serviert)) im zweistelligen Dezimalbereich (also des kartesischen Produktes {0.01, 0.02 …, 0.99}x{0.01, 0.02…, 0.99} = {(0.01, 0.01), …, (0.99, 0.98), (0.99, 0.99)}) 10.000 Spielergebnisse simuliert und dadurch auch unterschiedliche Spielstärken miteinbezogen, weil auch Summen der beiden Wahrscheinlichkeiten < > 1 möglich sind (z.B. (0.10, 0.50) oder (0.80, 0.30).

Da Wahrscheinlichkeiten von 100% und 0% nicht sinnvoll sind, wurden diese 4 möglichen Kombinationen auch nicht ins Programm aufgenommen. Es ergeben sich für die erste und für die zweite Komponente des Tupels jeweils 99 verschiedene Werte und es entsteht ein kartesisches Produkt mit einer Mächtigkeit von 9.801. Insgesamt wurden also 98.010.000 Millionen (9.801 x 10.000) Spiele für jedes der beiden Zählsysteme simuliert.

Dann wurde der Mittelwert der Ballwechselanzahl aus den 10.000 Spielen für jedes Tupel berechnet und als dritte Dimension mit Farben in folgende Abbildung aufgenommen.

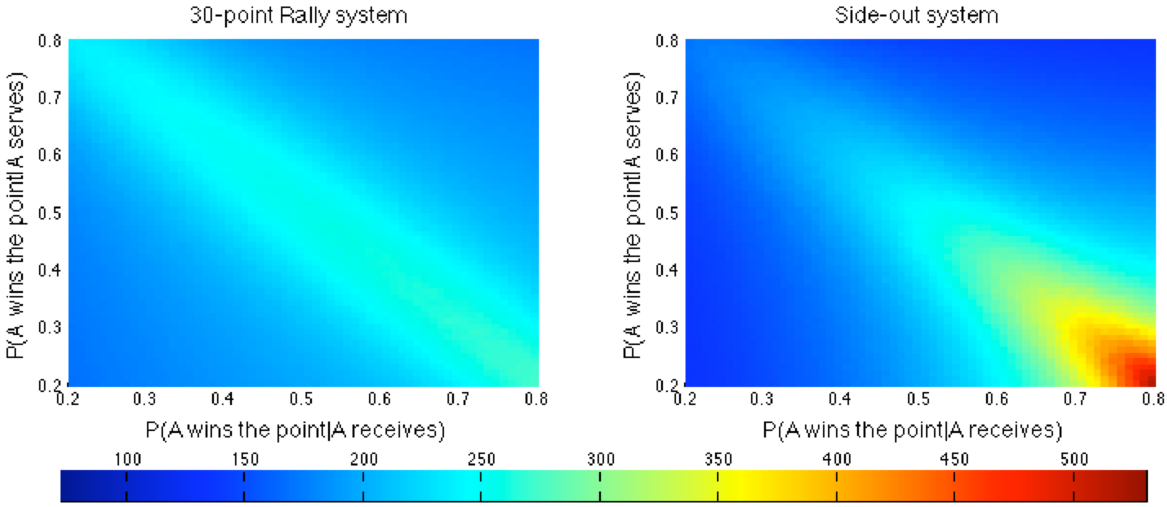

Abb. 1: Durchschnittliche Länge der simulierten Spiele in den beiden Zählsystemen

Hier sind nur die Spiellängen der beiden Zählsysteme für die Wahrscheinlichkeitswerte zwischen 0.2 und 0.8 enthalten, da für die übrigen der Mittelwert und die Varianz zu hohe Werte haben und die Abbildung verzerren würden. Solche Kombinationen kommen in der Realität auch mit an Sicherheit grenzender Wahrscheinlichkeit nicht vor und können ignoriert werden.

Es fällt auf, dass logischerweise die Spiele umso länger dauern, je gleicher die Teams in der Spielstärke sind, also die Kombinationen auf der Diagonale von oben links nach unten rechts realisieren. Das „Side-out“ Zählsystem führt nur in dem Bereich zu längeren Spielen, in dem P(A|A returniert) hoch und P(A|A serviert) gering ist, da in diesem Fall der Aufschlag ständig wechseln würde, ohne dass Punkte vergeben werden. Das erklärt auch das Maximum an Ballwechseln unter der Kombination (0.8, 0.2).

In allen anderen Bereichen führt das „Rally“ Zählsystem bei Sätzen bis zu 30 Punkten zu längeren Spielzeiten. Es lässt sich auch erkennen, dass das „Side-out“ Zählsystem sensibler und elastischer auf variierende Spielstärken reagiert. Zum Beispiel steigt die Anzahl an Ballwechseln stärker als im „Rally“-System, wenn bei einer gegebenen P(A|A serviert) < = 0.5 die Fähigkeit der Mannschaft A einen Punkt zu machen zunimmt, wenn Sie den Aufschlag empfängt.

2.3. Standardabweichungen der simulierten Spiellängen

In der nächsten Grafik sind die Standardabweichungen der 10.000 simulierten Spiele für alle Wahrscheinlichkeitskombinationen in beiden Zählsystemen abgebildet.

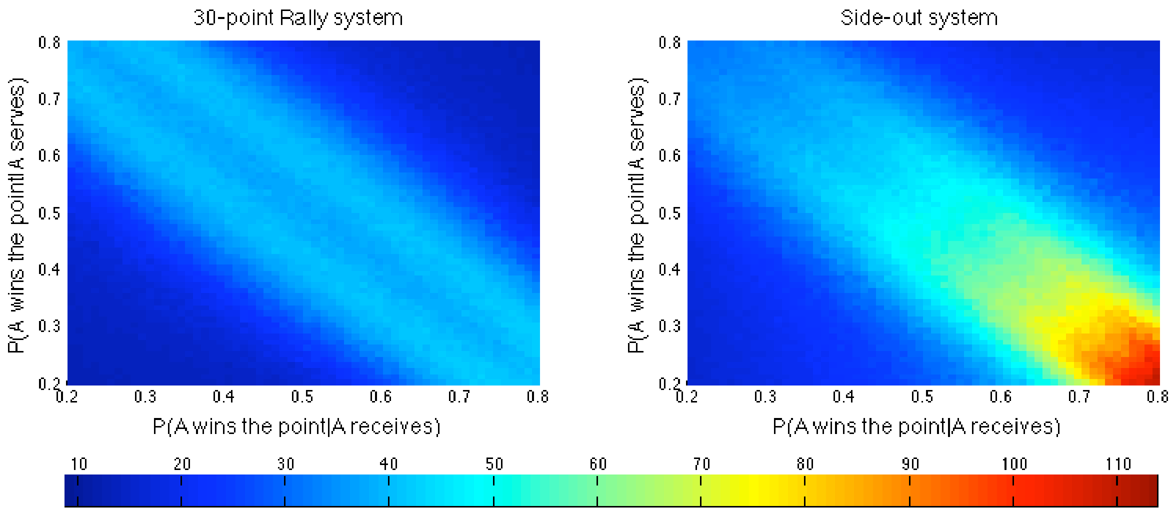

Abb. 2: Die Standardabweichungen in den simulierten Spiellängen der beiden Zählsysteme

In nahezu jeder Kombination weißt das „30-Point-Rally-Scoring-System" eine geringere Varianz auf als das „Side-out-Scoring-System" . Die Standardabweichungen nehmen in beiden Systemen zu, je mehr sich die Teams in der Spielstärke annähern. Die höchsten Varianzwerte liegen bei einer ähnlichen Spielstärke der beiden Teams, aber mit abnehmender Varianz wiederum bei einer annähernd identischen Spielstärke. In diesem Fall enden die Spiele fast immer nach dem entscheidenden Satz mit knappen Satzgewinnen und die Anzahl an Ballwechseln insgesamt variiert wenig.
Die Anzahl der Ballwechsel ändert sich auch im Falle eines starken Unterschiedes in den Spielstärken nur gering, also in den Ecken rechts-oben und links-unten der beiden Abbildungen. In diesen Fällen ist mit einem klaren Ergebnis und schnellen Spielende zu rechnen. Im „Side-out" System nehmen die Varianzen umso mehr zu, je größer P(A|A returniert) wird. Die höchsten Werte finden sich hier im Bereich von ([0.7, 0.8], [0.2, 0.3]) , unter deren Wahrscheinlichkeitskombinationen der Aufschlag immer wieder wechselt, die Punkte eher zufällig vergeben werden (das bedeutet weniger zurückzuführen sind auf die Spielstärke) und zu sehr unterschiedlichen Anzahlen an Ballwechseln führt.

Nach diesen ca. 98 Millionen Monte-Carlo-Simulationen für beide Zählsysteme lässt sich nun der Schluss ziehen, dass es tatsächlich durch die Regeländerung in der Punktezählung zu einer verminderten Varianz und damit zu vorhersagbareren Spiellängen gekommen ist. Aber auch ein Nebeneffekt wurde festgestellt, nämlich dass diese in den Simulationen zu durchschnittlich längeren

Spielen geführt hat. Zumindest bei Sätzen, die bis 30 Punkte gehen. Nun gilt es herauszufinden, ob die Ergebnisse der Monte-Carlo-Simulationen auch in der Realität zutreffen.

3. Überprüfung des Modells anhand realer Spielergebnisse

Zur Überprüfung des Modells an empirischen Daten verwendete Herr Kovacs die Daten von 393 Spielen aus der Women´s Northern Sun Intercollegiate Conference
(verfügbar unter www. northernsun.org) aus den Jahren 2000 und 2001. Er analysierte 393 Spielergebnisse, für die detaillierte Werte auch über die Spiellänge in Minuten vorlagen. Natürlich unter der Annahme, dass die Auswirkungen der Regeländerung auch auf alle anderen Spiele zu verallgemeinern sind.

3.1. ML-Schätzung geeigneter Wahrscheinlichkeitswerte

Die Änderung der Zählweise der Punkte wurde im Jahre 2000 nach der Meisterschaft eingeführt, so dass Daten von 136 Spielen noch mit dem „Side-Out“ System und Daten von 257 Spielen mit dem „Rally“ System aus dem Jahre 2001 zur Verfügung stehen.
Da die Unterschiede der Zählsysteme in den Verhältnissen der Spielstärken beider Teams liegen, sind typische Werte und die Spannweite der Wahrscheinlichkeiten P(A|A returniert) und P(A|A serviert) von Bedeutung. Herr Fellingham (und andere) analysierte 12 Spiele aus den Soul Olympics im Jahre 1988 und ermittelte als typische Werte 0,7 für P(A|A returniert) und 0,3 für P(A|A serviert).
Nun können aber gleichstarke Teams nicht allgemein angenommen werden und es bedarf einer neuen Methodik, solche typischen Werte zu schätzen. Herr Kovacs entschied sich für die Maximum-Likelihood-Schätzung und wandte diese folgendermaßen an.
Gegeben einem festen Spielergebnis simulierte er 10.000 Spiele zu jeder Wahrscheinlichkeitskombination im zweistelligen Dezimalbereich. Daraus ergeben sich also für jedes Spielergebnis 100 Millionen simulierte Ergebnisse für jedes Tupel (P(A|A returniert), P(A|A serviert)) von (0.01, 0.01) bis (1.00, 1.00). Zum Beispiel für das Ergebnis von 30-12, 30-7, 30-14 ergibt sich dann für jede Wahrscheinlichkeitskombination eine gewisse Anzahl von „Treffern“, bei denen das Ergebnis unter 10.000 simulierten Spielen vorgekommen ist. Interpretiert wird dann ausgehend von der

höchsten Anzahl von „Treffern“ unter einer festen Kombination, dass dieses Wahrscheinlichkeitstupel (x, y) für das vorgegebene Ergebnis das maximal wahrscheinlichste oder das plausibelste ist.
Dadurch hat Herr Kovacs eine einleuchtende Methode gefunden, für jedes Ergebnis eine typische Wahrscheinlichkeitskombination für das Team A zu bestimmen[2].

Die folgende Abbildung zeigt den Likelihoodraum. Der Likelihoodraum enthält alle Werte der Likelihoodfunktion, hier die relative Anzahl der Treffer. Die absolute Anzahl der „Treffer“ wurde durch die Anzahl der „Versuche“ (10.000) geteilt und dementsprechend skaliert. Die Likelihoodfunktion hat ihren höchsten Wert unter den Werten 0,91 für P(A|A serviert) und 0,68 für P(A|A returniert).

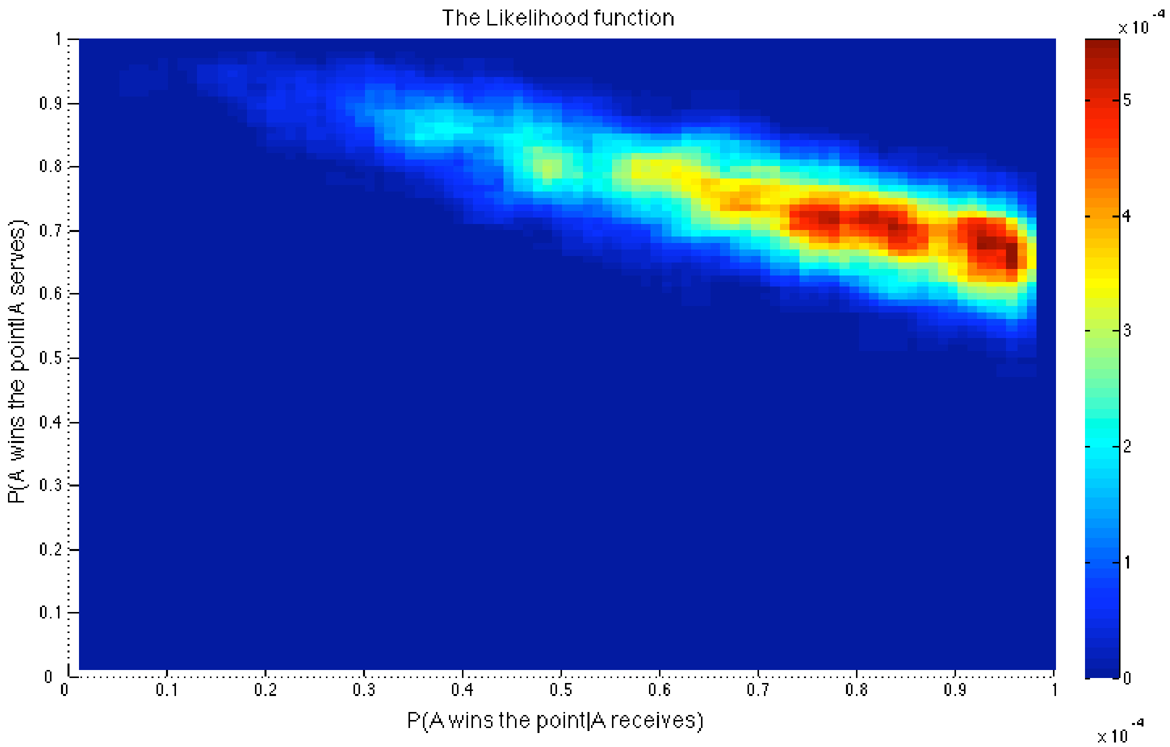

Abb. 3: Der Likelihood-Raum für das Ergebnis 30-12, 30-7, 30-14

Es gibt einige mögliche Kombinationen, die zum selben Ergebnis führen, deswegen ist die Likelihoodfunktion auch ziemlich zerstreut. Berechnet man 95 % -Konfidenzintervalle, so ergibt sich

[2] Original-Programmcode zu den ML-Schätzungen im Anhang

für P(A|A serviert) ein KI von [0.62, 0.74] und für P(A|A returniert) ein KI von [0.75, 0.91], innerhalb dieser Grenzen in 95 % aller Fälle die tatsächlichen Wahrscheinlichkeiten liegen.
Unterhalb der Diagonalen von (P(A|A returniert), P(A|A serviert)) = (0, 1) bis (1,0) liegen die Wahrscheinlichkeitskombinationen, unter denen das Team B stärker ist und oberhalb der Diagonalen diejenigen, unter denen das Team A stärker ist. Da in dem Beispiel das Team A klar in drei Sätzen gewonnen hat, sind die meisten „Treffer" (1 bis 5) im nord-östlichen Bereich des Likelihoodraumes, also unter den höheren Kombinationen.

3.2. Gemeinsame Verteilung der ML-Schätzungen

Dieses Verfahren wurde nun für alle 257 Spiele in 2001 durchgeführt, also insgesamt 257 x 100 Millionen Simulationen, und danach alle relativen Häufigkeiten der einzelnen Wahrscheinlichkeitskombinationen aufsummiert und dadurch die gemeinsame Verteilung aller 257 Spiele bestimmt.

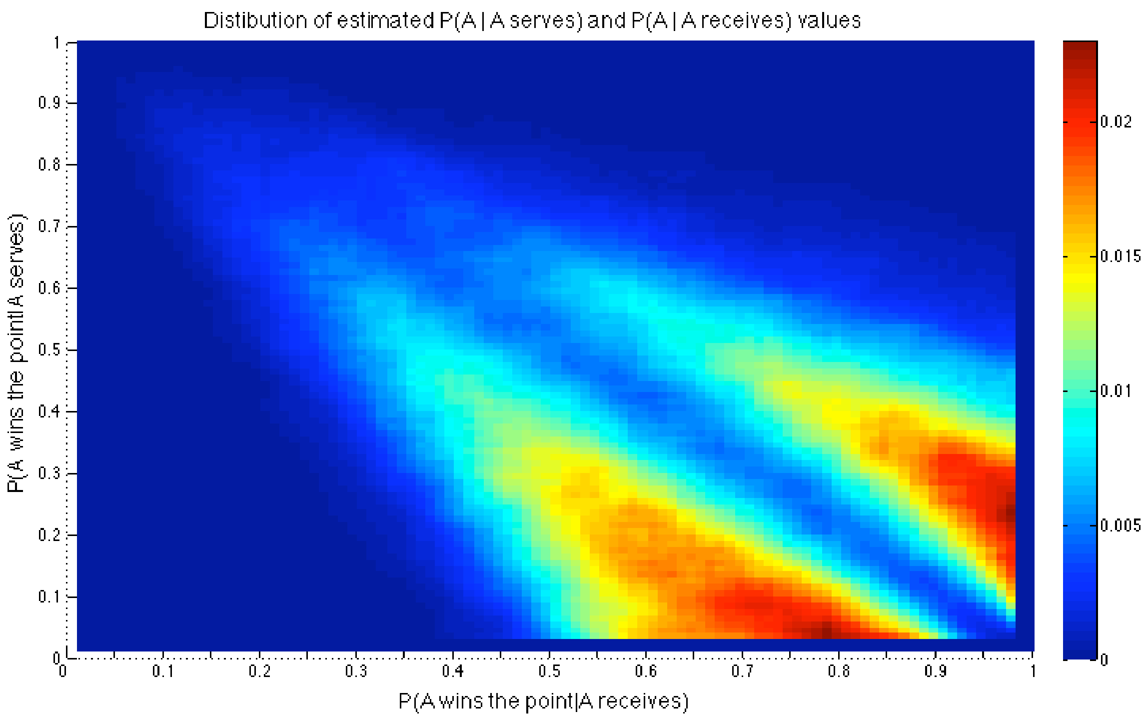

Abb. 4: Die Verteilung der Maximum-Likelihood-Schätzungen

Wie in der Abbildung gut zu erkennen, ist der Graph bimodal, also zweigipflig und annähernd symmetrisch zur Winkelhalbierenden. Daraus lässt sich schließen, dass Team A in der Hälfte aller Spiele stärker als Team B ist, da ca. 50 % aller Spiele oberhalb der Diagonalen liegen mit der Summe der Wahrscheinlichkeiten von Team A größer 1 und die anderen 50% unterhalb der Diagonale liegen mit Summe kleiner 1. Im Vergleich zu den ermittelten Werten von Herrn Fellingham liegt
P(A|A serviert) etwas unter den 0,3.
Um eine noch bessere Einschätzung des Effektes der Regeländerung auf den Mittelwert und die Varianz der Spiellänge zu erhalten, gewichtete Herr Kovacs die Unterschiede in den einzelnen Wahrscheinlichkeitskombinationen mit der dazugehörigen relativen Anzahl an „Treffern" bei den Simulationen für die 257 Spielergebnisse im Jahr 2001. Also die Unterschiede in den beiden Zählsystemen hinsichtlich Mittelwert und Standardabweichung wurden gewichtet mit den relativen Häufigkeiten in der gemeinsamen Verteilung der Simulationsergebnisse bezüglich den ML-Schätzungen. Man erhält eine empirischere Verteilung der Wahrscheinlichkeitskombinationen in den simulierten Mittelwerten und Standardabweichungen der beiden Zählsystemen dadurch, dass diese mit einer Häufigkeit gewichtet werden, die in einer empirischen Stichprobe an hier 257 Spielen festgestellt wurde. Zum Beispiel wurde der Unterschied in der Kombination (P(A|A returniert), P(A|A serviert)) = (0.4, 0.4) mit 0.01, oder die (0.8, 0.1) mit 0.015 in beiden Zählsystemen, also der relativen Häufigkeit in der gemeinsamen Verteilung der 257 Spielergebnisse, multipliziert (siehe obere Grafik). Dieses Verfahren wird für jedes Tupel durchgeführt, danach die prozentualen Unterschiede berechnet

Das führte zu dem Ergebnis von einer um 4,57 % durchschnittlich längeren Spieldauer und um 24,62 % geringeren Standardabweichung im „30-Point Rally Scoring System" gegenüber dem „Side-out Scoring System". Damit wurden seine Simulationsergebnisse mit Hilfe empirischer Daten bestätigt.

3.3. Die Verteilung und Analyse der Spiellängen

Folgendes Diagramm veranschaulicht die Verteilung der Spiellängen in Minuten und ermöglicht die Forschungsergebnisse auf einen Blick zu erkennen.

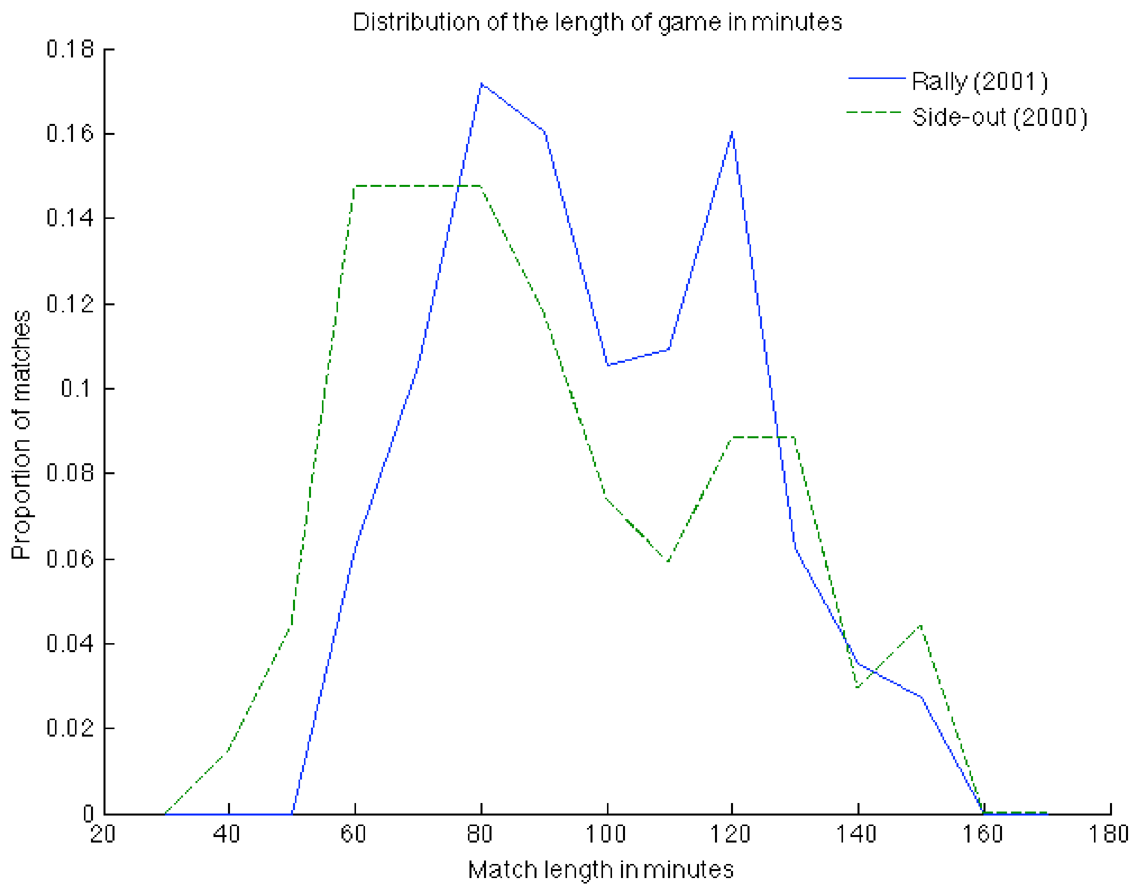

Abb. 5: Verteilung der Spiellängen in der Northern Sun Conference im Jahr 2000 und 2001

Die Kurve, die die Längen der reformierten Zählweise wiedergibt, erstreckt sich über einen kleineren Wertebereich in der Minutenzahl, aber auch über einen höhere relative Häufigkeit an Spielen mit ca. 80 bis 130 Minuten als die Kurve der herkömmlichen Zählweise. Diese hat mehr Spiele unter 80 Minuten. Das zeigt schon die Gestalt der Kurven, dass im Jahre 2000 mehr Spiele kürzer dauerten als 2001, linkssteil verteilt sind und unterschiedlicher lang waren als die Spiele im Jahre 2001, die sich hauptsächlich um die mittlere Minutenzahl verteilten, aber nicht normalverteilt[3] sind.

In Kennzahlen ausgedrückt stieg die durchschnittliche Spiellänge von 92.5 Minuten im Jahr 2000 auf 99.8 Minuten im Jahr 2001 an, also um 7.89 %. Diese Veränderung ist nach einem „Zwei-Stichproben-Mittelwertsvergleichstest" signifikant. Dabei wendete Herr Kovacs vermutlich den Welch-Test an. Der Welch-Test wird für die Überprüfung von Hypothesen über den Mittelwert zweier Stichproben verwendet. Voraussetzungen sind bei diesem Test, dass die Varianzen der Grundgesamtheit unbekannt sind, als ungleich angenommen werden und die zugrundeliegenden

[3] Zwar annähernd symmetrisch, aber einen Einbruch der Häufigkeit am Mittelwert

Merkmale normalverteilt sind (also die Stichprobe aus einer normalverteilten Grundgesamtheit stammt). Die Stichprobenumfänge sind bei diesen beiden Verteilungen 136 Spiele im „Side-out" System und 257 Spiele für das „Rally" System.
Unter der Annahme, dass beide Verteilungen für n $\rightarrow\infty$ zumindest approximativ einer Normalverteilung entsprechen, kann der Welch-Test angewendet werden.
Es ergibt sich folgendes Testproblem für den Mittelwertsvergleich:

Ho: $\mu_{2001} - \mu_{2000} \leq 0$ vs. $H_1: \mu_{2001} - \mu_{2000} > 0$

Den Erwartungswert geschätzt über den Mittelwert und die Varianz der GG über die Stichprobenvarianz wird folgende Testgröße berechnet.

$$T = \frac{99.8 - 92.5 - 0}{\frac{22.56}{\sqrt{257}} + \frac{27.82}{\sqrt{136}}} = 1.9$$

Da hier die Stichprobenumfänge >= 30 sind, können die Quantile der Standardnormalverteilung verwendet werden. Signifikanzniveau ist 1 %. Es ergibt sich der Vergleich:

$$T > z_{1-\alpha} \Rightarrow T > z_{0.99}$$

Die Werte eingesetzt:

$1.9 < 2.33$

Signifikanzniveau 5 %:

T = $1.9 > 1.65 = z_{0.95}$

Daraus folgt, dass der Unterschied der Mittelwerte zwischen 2001 und 2000 signifikant größer 0 ist und damit die Spiellänge im Erwartungswert statistisch nachgewiesen zugenommen hat.

Die Standardabweichung der Spiellänge dagegen verringerte sich von 27.82 auf 22.56, also um 19 %.
Zur Überprüfung der Signifikanz in der Veränderung der Varianz gibt es für den Zwei -Stichprobenfall den „Zwei-Stichproben-Varianz-Test" oder auch „F-Test" genannt. Da für diesen Test allerdings normalverteilte Stichproben vorausgesetzt sind und die Verteilung der „Side-out" Spiele linkssteil ist, eignet sich höchstens ein „Ein-Stichproben-Varianz-Test" für die Verteilung der „Rally" Spiele. Auch diese Verteilung ist nicht normalverteilt, da sie um den Mittelwert einbricht und dort nicht Ihren Modus

hat. Aber unter der Annahme, dass sich dieser Einbruch bei einer größeren bzw. anderen Stichprobe relativieren würde und die Varianz dieselbe wäre, kann der Test angewendet werden. Als hypothetischer Wert wird die Varianz der Spiele des „Side-out“ Systems verwendet und es ergeben sich folgende Hypothesen.

Ho: $\sigma^2{}_{2001} \geq \sigma_0{}^2{}_{2000} = 27.82^2$ vs. $H_1 : \sigma^2{}_{2001} < \sigma_0{}^2{}_{2000} = 27.82^2$

Als Teststatistik wird verwendet:

$$T = (n-1)\frac{S^2{}_{2001}}{\sigma_0{}^2{}_{2000}} = 256 * \frac{22.56^2}{27.82^2} \approx 168.3 \sim \chi^2{}_{256}$$

Das Entscheidungskriterium für die Ablehnung von Ho lautet:

T < $\chi^2{}_{\alpha}$ (n-1)

Den Wert des 0.01-Quantils mit 256 Freiheitsgraden der Chi-Quadrat Verteilung erhält man über die Formel für die Approximation mit Hilfe des α-Quantils der Standardnormalverteilung (n>30):

$$\chi_\alpha{}^2(n) \approx \frac{1}{2}(z_\alpha + \sqrt{2n-1})^2 = \frac{1}{2}(-2.33 + \sqrt{2*256-1})^2 \approx 205{,}5$$

$\Rightarrow 168.3 < 205{,}5 \Rightarrow$ Ho kann abgelehnt werden!

Die Alternativhypothese, dass die Varianz der Spiellängen im „Rally“ System im Jahr 2001 kleiner der Varianz im „Side-out“ System im Jahr 2000 ist, kann zu einem Signifikanzniveau von 1% bestätigt werden. Außerdem unterscheiden sich die prozentualen Veränderungen in den Spiellängen im Wahrscheinlichkeitsmodell nicht signifikant zu denen in den beobachteten Spielen (4.57 % vs. 7.89 % in der mittleren Spiellänge und 24.62 % vs. 19 % in der Standardabweichung der Spiellängen).

Durch die zusätzliche Angabe der Spiellängen in Minuten konnte eine starke Korrelation von 0.8892 für die Spiele im Jahre 2000 und 0.8702 für die Spiele im Jahr 2001 zwischen der Länge eines Spiels gemessen in der Anzahl an Ballwechseln und gemessen in Minuten festgestellt werden. Damit wurde die Annahme im Rahmen der Konstruktion des Wahrscheinlichkeitsmodells, dass die Spiellänge mit der Gesamtanzahl an Ballwechseln als Indikator messbar ist, bestätigt. Die durchschnittliche Anzahl an Ballwechseln innerhalb einer Minute betrug 1.92 im Jahre 2001, Pausen und Time-outs inklusive.

4. Vergleich von 25 und 30 Gewinnpunkten eines Satzes im „Rally Scoring System“ und der Gewinnchancen

Die meisten Volleyballspiele werden im Modus der 25 Gewinnpunkte in einem Satz gespielt und nicht im 30-Punkte Modus. Es gilt also zu überprüfen, ob sich der Effekt infolge der Änderung der Zählweise auf diese beiden Satzlängen unterschiedlich auswirkt. Dazu wiederholte Herr Kovacs seine Simulationen nun mit 25 Punkten als Bedingung, einen Satz zu gewinnen und ließ alles andere unverändert (Variable win=25). In diesem Fall ist die Varianz der Spiellänge sogar noch etwas niedriger als die in der 30-Punkte Version und führt ebenfalls zu der gewünschten Wirkung, dass es die Spieldauer vorhersagbarer macht. Gewichtet mit typischen Werten in den Wahrscheinlichkeitskombinationen führt das „25-Point-Rally Scoring System“ zu den fast gleichen durchschnittlichen Spiellängen wie das „Side-out Scoring System“. Es bestehen keine signifikanten Unterschiede in der Spieldauer.

Zu Überprüfen ist noch ein Nebeneffekt, der äußerst unerwünscht wäre, nämlich ob das bessere Team von der Regeländerung einen Vorteil hat. Gibt es also zu dem Nebeneffekt der längeren Spieldauer auch noch eine erhöhte Gewinnchance des besseren Teams?
In der folgenden Grafik sind die Differenzen der Wahrscheinlichkeiten, dass Team A das Match gewinnt im neuen Zählsystem zu denen im alten Zählsystem für alle Tupel (A|A returniert) und P(A|A serviert) dargestellt. Für jede Kombination in beiden Punktesystemen wurde die Laplace-Wahrscheinlichkeit aus den 10.000 simulierten Spielen berechnet, dass Team A gewinnt. Also

$$\text{P(A gewinnt das Spiel)} = \frac{\textit{Anzahl der gewonnen Spiele von Team A}}{10000}.$$

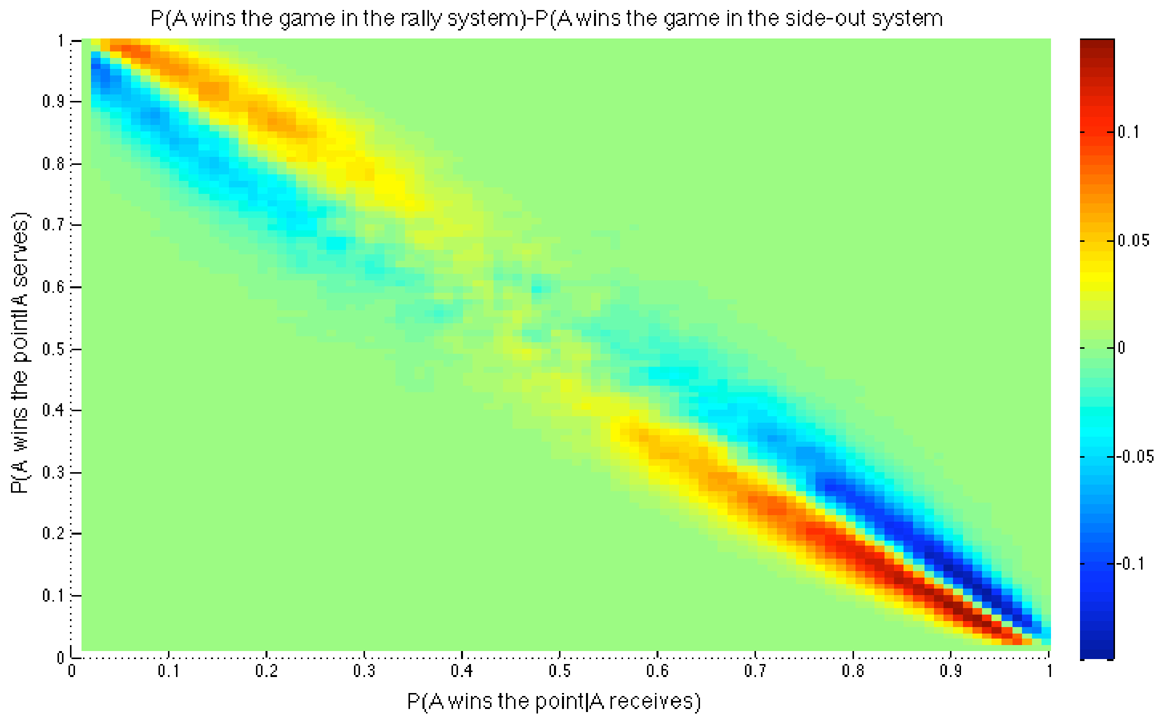

Abb. 6: Die Unterschiede der Gewinnchancen vom Team A in den beiden Zählsystemen

Gut zu erkennen ist, dass es nur bei Kombinationen entlang der Diagonalen zu Unterschieden in den Gewinnchancen kommt, ansonsten die Wahrscheinlichkeiten gleich sind. Die Unterschiede in der Diagonale, d.h. bei einer ähnlichen Spielstärke, sind bis zu den jeweils hohen Wahrscheinlichkeitswerten alle <= 5%. Bei den hohen Werten fällt auf, dass sich die Unterschiede schon bei einer geringfügigen Änderung der Servicestärke bzw. Returnstärke (um knapp 10%) umdrehen, also das Vorzeichen wechseln und dadurch gewissermaßen ausgleichen. Diese erhöhten Gewinnchancen sind zwar signifikant, doch kommen solche Kombinationen der Wahrscheinlichkeiten nur sehr selten vor. Gewichtet man die Unterschiede in den Gewinnchancen mit der geschätzten Verteilung von P(A|A returniert) und P(A|A serviert), so kann mit Sicherheit behauptet werden, dass es zu keiner signifikanten Bevorteilung in den Gewinnchancen eines Teams durch das „Rally-Scoring System“ kommt.

5. Ausblick auf weitere Möglichkeiten der statistischen Analyse

Es gibt neben den angewendeten Möglichkeiten natürlich noch weitere, wie die Wirkung der Regeländerung statistisch nachgewiesen werden kann. Es ist z.b. ebenfalls möglich eine Regressionsanalyse oder Varianzanalyse durchzuführen und eine Regressionsgleichung aufzustellen. Die Gleichung in ihrer einfachsten Form könnte zum Beispiel folgendermaßen aussehen:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 * X$$

Mit Y der Länge eines Spiels gemessen in Anzahl an Ballwecheln oder in Minuten und X als eine dichotome Variable, die dann den Wert 1 annimmt, wenn das Spiel im „Rally-Point-Scoring“ System gespielt wird, und den Wert 0 hat, wenn im „Side-out Scoring“ System gespielt wird. β_0 wäre dann die Spiellänge im “Side-out” und β_1 der Effekt des “Rally” Zählsystems auf die Ballwechselanzahl. Als eine spezielle Form der Regression ist auch die einfaktorielle Varianzanalyse möglich mit folgender Gleichung:

$$Y_{ij} = \mu + \alpha_i + \varepsilon_{ij} \qquad i \in \{Rally, Side-out\}$$

Y ist dann die Anzahl an Ballwechseln, die sich für das j-te Spiel im i-ten Zählsystem ergibt.
Es wird ein Gesamtmittelwert aller Spiele berechnet („Grand mean“) und der Effekt α auf die Ballwechselanzahl in der i-ten Art der Punktezählung. Übrig bleibt dann ein zufälliger Rest ε, der normalverteilt ist. Je nachdem, ob der Unterschied zum Gesamtmittelwert dann positiv oder negativ ist, erhöht das „Rally“-System die mittlere Ballwechselanzahl oder verringert sie. Der Unterschied zur ersten Regressionsgleichung besteht dann nur in der Kodierung (Referenz- vs. Effektkodierung) und der unterschiedlichen Interpretation des Einflusses.
Außerdem denkbar wäre eine logistische Regression.

$$P(Y = 1 \mid X) = \frac{\exp(\beta_0 + \beta_1 * X)}{1 + \exp(\beta_0 + \beta_1 * X)}$$

Hier wäre die Responsevariable die Wahrscheinlichkeit P(Y=1), dass es sich bei einer gegebenen Anzahl an Ballwechseln X um ein „Rally“ System handelt und Y den Wert 1 annimmt . Es wird also aus allen Werten eine Wahrscheinlichkeit berechnet, dass es sich bei einer neuen vorgebenen Ballwechselzahl dann um ein Spiel handelt, welches im neuen Zählsystem gespielt wurde.
Für die Überprüfung der Unterschiede in den Spiellängen der 393 beobachteten Spiele wäre wegen der fehlenden Normalverteilung in den Stichproben der Wilkoxon-Vorzeichen-Rang-Test am sinnvollsten. Bei diesem nonparametrischen und verteilungsfreiem Test könnte man den Median der „Side-out“

Spiellängen als hypothetischen Wert setzen und in der Alternativhypothese den Median des „Rally“ Systems als kleiner annehmen. Wenn die Werte der Spiele beider Stichproben in einen Test berücksichtigt werden soll, kann man den Wilkoxon-Rangsummen-Test verwenden.

Für den Nachweis der Varianzunterschiede ist es unter anderem auch möglich eine Vierfeldertafel zu erstellen. In den Zeilen die beiden Zählsysteme und in die Spalten die beiden Gruppen „Anzahl der Wahrscheinlichkeitskombinationen mit einer Varianz“ >= 27.82 (= Varianz „Side-out“ als Bereichsgrenze) und < 27.82. Dann werden die Häufigkeiten in die Zellen eingetragen und der Odds-Ratio berechnet, so dass eine Aussage über das Kreuzproduktverhältnis möglich wird, zu wieviel Prozent bestimmte Kombinationen in der Tabelle stärker besetzt sind. Also ob z.b. die Kombination „Rally“ System und Varianz < 27.82 zu 50% stärker besetzt ist als die Kombination „Side-out“ System und Varianz >= 27.82. Über diesen Weg und einem zusätzlichen χ^2-Unabhängigkeitstest kann nachgewiesen werden, ob die Regeländerung und die geringere Varianz der Spiellängen zusammen gehören.

Zusammenfassung

Sinn und Zweck der Ausführungen war, den Effekt der seit 2000 eingeführten Regeländerung in der Punktezählung auf die Spiellänge und deren Varianz zu beweisen.
Das Ziel der „International Volleyball Federation“ die Variabilität zu verringern war erfolgreich und wurde durch die Auswertung der Simulationen und dem erstellten Wahrscheinlichkeitsmodell basierend auf der Arbeit von Herrn Kovacs, Pfeifer, Deutsch und Fellingham nachgewiesen. Die Ergebnisse wurden auch bestätigt durch die Überprüfung des Models an realen Ergebnissen der Northern Sun Intercollegiate Conference aus den Jahren 2000 und 2001.
Zudem wurde gezeigt, dass durch Monte-Carlo-Simulationen und die Modellierung von Wahrscheinlichkeiten recht einfach Auswirkungen von Regeländerungen überprüft und an die Zielsetzungen in den einzelnen Sportarten angepasst werden können. Insbesondere für diejenigen Sportarten, die kein Zeitlimit haben, sondern deren Spieldauer sich nach einer gewissen Anzahl an Punkten als Kriterium eines Sieges richtet. Zum Beispiel könnten bei Sportarten wie Tennis, Golf, Baseball oder Snooker etc. unerwünscht starke Variabilitäten in den Spiellängen durch eine Änderung in der Systematik der Punktevergabe (oder der zu erreichenden Punktezahl) reduziert und damit geeigneter für TV-Übertragungen werden.

Es ist immer möglich durch das Programmieren von Simulationen ausreichenden Umfanges nach dem „Gesetz der großen Zahlen“ die Effekte vorher zu testen und dann eine Entscheidung zu treffen, ob solch eine getestete Regeländerung auch tatsächlich eingeführt werden soll.

Anhang

```
%This is the source code for the The Eï¬€ect of the Scoring System Change in
%Volleyball: A Model and an Empirical Test paper, appeared in Journal of
Quantitative Analysis in Sports.
%COPYRIGHT Balazs Kovacs, PhD. DO NOT DISTRIBUTE.

tic
%clear all;
time=1:100;
time=time/100;
iteration=1000;

setpoints=zeros(100,100,iteration,10);

%Rally
length_rally=zeros(100,100,iteration);
wonA_rally=zeros(100,100);
for pA_receive=1:99
    for pA_serve=1:99  %varying the chance to win the serve
        for iter=1:iteration %repetition number
            period=0;
            game1=0;
            game2=0;

            if (rand()<0.5)
                serve=1;
            else serve=2;
            end

            while ((game1<=2)&&(game2<=2))
                point1=0;
                point2=0;
                if (game1==2) && (game2==2)
                    win=15;
                else win=30;
                end

                while (((point1<win)&&(point2<win))||(abs(point1-point2)<2))
                    period=period+1;
                    if (serve==1)
                        if (rand()<=(pA_serve/100))
                            point1=point1+1;
                        else
                            point2=point2+1;
                            serve=2;
                        end
                    else
                        if (rand()<(pA_receive/100))
```

```
                            point1=point1+1;
                            serve=1;
                        else
                            point2=point2+1;
                        end
                    end
                end

                if (point1>point2)
                    game1=game1+1;
                else game2=game2+1;
                end
                setpoints(pA_serve,pA_receive,iter,(game1+game2)*2-
1)=point1;
                setpoints(pA_serve,pA_receive,iter,(game1+game2)*2)=point2;
            end

            if (game1>2)

wonA_rally(pA_serve,pA_receive)=wonA_rally(pA_serve,pA_receive)+1;
            end
            length_rally(pA_serve,pA_receive,iter)=period;

        end
    end
end

'sideout'
% sideout
win=15;
wonA_sideout=zeros(100,100,1);
length_sideout=zeros(100,100,iteration);
for pA_receive=1:99
    for pA_serve=1:99  %varying the chance to win the serve

        for iter=1:iteration %repetition number
            period=0;
            if (rand<0.5) lastserve=1;
            else
                lastserve=2;
            end

            game1=0;
            game2=0;

            while  ((game1<=2)&&(game2<=2))
                point1=0;
                point2=0;
                while            (((point1<win)&&(point2<win))||(abs(point1-
point2)<2)&&(point1<17)&&(point2<17));
                    changed=0;
                    period=period+1;
                    r=rand;
                    if (lastserve==1)&&(r<=(pA_serve/100))
                        point1=point1+1;
                    end
                    if (lastserve==2)&&(r<(pA_receive/100))
```

```
                        lastserve=1;
                        changed=1;
                    end
                    if (lastserve==2)&&(r>=(pA_receive/100))
                        point2=point2+1;
                    end
                    if (lastserve==1)&&(r>(pA_serve/100)&&(changed==0))
                        lastserve=2;
                    end
                end

                if point1>point2
                    game1=game1+1;
                else game2=game2+1;
                end
                if (rand<0.5) lastserve=1;
                else
                    lastserve=2;
                end
            end

            if (game1>game2)

wonA_sideout(pA_serve,pA_receive)=wonA_sideout(pA_serve,pA_receive)+1;
            end
            lastserve=abs(1-lastserve); %XOR
            length_sideout(pA_serve,pA_receive,iter)=period;
        end
    end
end

'calculating'

var_rally=zeros(100,100);
var_sideout=zeros(100,100);
mean_rally=zeros(100,100);
mean_sideout=zeros(100,100);

for pA_receive=1:100
    for pA_serve=1:100
        a=length_rally(pA_serve,pA_receive,:);
        var_rally(pA_serve,pA_receive)=std(a);
        mean_rally(pA_serve,pA_receive)=mean(a);
        a=length_sideout(pA_serve,pA_receive,:);
        var_sideout(pA_serve,pA_receive)=std(a);
        mean_sideout(pA_serve,pA_receive)=mean(a);
    end
end
%break;
figure
po=max(max(mean_sideout(20:80,20:80)));
pp=max(max(mean_rally(20:80,20:80)))
colormap(jet(round(max(po,pp)+1)));
%colorbar;
subplot(2,2,1);
surface(0.2:0.01:0.8,0.2:0.01:0.8,mean_rally(20:80,20:80),'CDataMapping','di
rect','EdgeColor','none')
```

```
set(gcf, 'color', 'white');
axis([0.2 0.8 0.2 0.8]);
ylabel('P(A wins the point|A serves)','FontSize',14);
xlabel('P(A wins the point|A receives)','FontSize',14);
title('30-point Rally system','FontSize',14);
view(2);
subplot(2,2,2);
surface(0.2:0.01:0.8,0.2:0.01:0.8,mean_sideout(20:80,20:80),'CDataMapping','
direct','EdgeColor','none')
%colormap(gray);

axis([0.2 0.8 0.2 0.8]);
ylabel('P(A wins the point|A serves)','FontSize',14);
xlabel('P(A wins the point|A receives)','FontSize',14);
title('Side-out system','FontSize',14);
set(gcf, 'color', 'white');
view(2);
subplot(2,2,3:4);
surface(0.2:0.01:0.8,0.2:0.01:0.8,mean_sideout(20:80,20:80),'CDataMapping','
direct','EdgeColor','none');
hcb = colorbar('Location','NorthOutside');
set(hcb,'XTickMode','manual')
figure
%colormap(gray);
po=max(max(var_sideout(20:80,20:80)));
pp=max(max(var_rally(20:80,20:80)))
colormap(jet(round(max(po,pp)+1)));
subplot(2,2,1);
surface(0.2:0.01:0.8,0.2:0.01:0.8,var_rally(20:80,20:80),'CDataMapping','dir
ect','EdgeColor','none');
axis([0.2 0.8 0.2 0.8]);
set(gcf, 'color', 'white');
ylabel('P(A wins the point|A serves)','FontSize',14);
xlabel('P(A wins the point|A receives)','FontSize',14);
title('30-point Rally system','FontSize',14);
view(2);

subplot(2,2,2);
surface(0.2:0.01:0.8,0.2:0.01:0.8,var_sideout(20:80,20:80),'CDataMapping','d
irect','EdgeColor','none')
%colormap(gray);
axis([0.2 0.8 0.2 0.8]);
title('Side-out system','FontSize',14);
ylabel('P(A wins the point|A serves)','FontSize',14);
xlabel('P(A wins the point|A receives)','FontSize',14);
set(gcf, 'color', 'white');
view(2);
subplot(2,2,3:4);
surface(0.2:0.01:0.8,0.2:0.01:0.8,var_sideout(20:80,20:80),'CDataMapping','d
irect','EdgeColor','none')
colorbar('location','northoutside')
break;

var_rally=std(length_rally')';
var_sideout=std(length_sideout')';
sideoutlength90=prctile(length_sideout',90)';
```

```
sideoutlength10=prctile(length_sideout',10)';
avg_sideoutlength=mean(length_sideout')';
rallylength90=prctile(length_rally',90)';
rallylength10=prctile(length_rally',10)';
avg_rallylength=mean(length_rally')';

%how many of length 100
%what is the likelihood of Pa given the game's outcome
%is [25,8,25,18,25,12]?
% 'evaluate'
% result=[25,15,25,14,25,5,0,0,0,0];
% totalpoints=sum(result);
%
% ML=zeros(100,1);
% estim=zeros(500,1);
% estc=zeros(500,1);
% for q=181:181
%     q
%     ML=zeros(100,1);
%     for i=1:100
%     righttotalpoints=find(length_rally(i,:)==numberofpoints(q,1));
%     [row,col]=size(righttotalpoints);
%     for j=1:col
%         match=1;
%         for sets=1:10
%                                                                   if
(setpoints(i,righttotalpoints(1,j),sets)~=setpoints_obs(q,sets))
%                 match=0;
%             end
%         end
%         if (match==1)
%         ML(i,1)=ML(i,1)+1;
%         end
%     end
%     %[row,col]=size(find(length_rally(i,:)==85));
%     %ML(i,1)=col;
% end
% % figure
% % line(time,ML)
% %est is the ML estimate for Pa
% [C,est]=max(ML);
% estim(q,1)=est;
% estc(q,1)=C;
% end
%axis([0 1 0 200]);
%title('fdfds');
figure
a1=subplot(1,2,1);
%line(time,[avg_rallylength(30:70,1),avg_sideoutlength(30:70,1)]);
%title('Average   length   of   the   match');   xlabel('P(A)','FontSize',12);
ylabel('Avg length of the match','FontSize',12)
line(time,[avg_rallylength(:,1),avg_sideoutlength(:,1)]);      title('Average
length  of  the  match');  xlabel('P(A)','FontSize',12);  ylabel('Avg  length  of
the match','FontSize',12)
axis([0 1 0 240]);
```

```
a2=subplot(1,2,2);      line(time,[var_rally(1:100,1),var_sideout(1:100,1)]);
title('Standard    deviation    of    the    length    of    the    match');
xlabel('P(A)','FontSize',12);   ylabel('StDev   of   the   length   of   the
match','FontSize',12)
set(gcf, 'color', 'white');
legend('25 point Rally )','Side-out');
legend('boxoff');

%
% %legend('string1','string2','Location',SouthOutside);
% legend('Rally','Side-out');
% legend('boxoff');
%
figure
wonA_rally=wonA_rally/1000;
wonA_sideout=wonA_sideout/1000;
line(time,[wonA_rally(1:100,1),wonA_sideout(1:100,1)]);    ylabel('Proportion
of games won by Team A','FontSize',12); xlabel('P(A)','FontSize',12);
set(gcf, 'color', 'white');
%
% %legend('string1','string2','Location',SouthOutside);
% legend('Rally','Side-out');
% legend('boxoff');


toc
```

Literaturverzeichnis

- Calhoun, William, G.R. Dargahi-Noubary, und Yixun Sgi. 2002. "Volleyball Scoring Systems." *Mathematics and Computers Education*, Seite 70-79

- Fahrmeier, Künstler, Pigeot und Tutz. *Der Weg zur Datenanalyse*, 6. Auflage, Springer-Verlag Berlin Heidelberg

- Fellingham, Gilbert W., Bruce Jay Collings, und Carl M. McGown. 1994. "Developing an optimal scoring system with a special emphasis on volleyball." *Research Quartely for Exercise and Sport* 65: 237-243

- Kovacs, Balazs. 2009. "The Effect of the Scoring System Changes in Volleyball: A Model and an Empirical Test". *Journal of Quantitative Analysis in Sports* Band 5, Ausgabe 3, Artikel 9

- Pfeifer, P.E. und S.J. Deutsch.1982. „A probabilistic model for evaluation of volleyball scoring systems." *Research Quartely for Exercise and Sport* 2: 330-338

- http://de.wikipedia.org/wiki/Volleyball

- http://de.wikipedia.org/wiki/Monte_Carlo_Simulation
- http://de.wikipedia.org/wiki/Statistische_Tests