Der Effekt der Änderung der Punktezählung in Volleyball

Bachelor-Seminar „Statistik in Sport“

Max Mittendorfer

5.12.2009

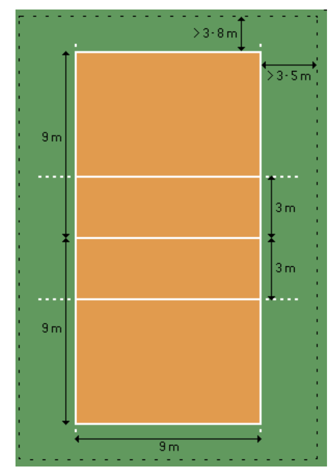
Inhaltsverzeichnis

Einleitung

- Änderung des Punktesystems 1999 durch die „International Volleyball Federation“
- Übergang vom „Side-out Scoring System“ zum „Rally Scoring System“
- Ziel: Genauere Planung der Spieldauer für Zuschauer und TV-Übertragungen
- Wirksamkeit der Regeländerung
- Praxisorientierte Weiterentwicklung (Herr Kovacs) theoretischer Überlegungen (Pfeifer, Deutsch, Fellingham, Calhoun)

1. Volleyball und die Spielregeln

- 2 Mannschaften aus jeweils 6 - 12 Spielern
- Jede Mannschaft mit 6 Spielern auf dem Feld („Starting Six“)
- Unterschiedliche Netzhöhen:
  - Männer 2,43m
  - Frauen 2,24m
  - Mixed 2,35m
- Rotationsfolge:
  Positionsrotation der Spieler im Uhrzeigersinn nach Erhalten des Aufschlagsrechts
- Wichtigste Spieltechniken:
  - Aufschlag (Service)
  - Unteres Zuspiel (Bagger)
  - Oberes Zuspiel(Pritschen)
  - Angriffsschlag
  - Schmetterball (Smash)
- Spielverlauf:
  Aufschlag→ Annahme →Zuspiel →Angriff →Block →Verteidigung



1. Volleyball und die Spielregeln

- Ziel: Platzieren des Balles auf den Boden des Spielfeldes der gegnerischen Mannschaft nach max. 3 Ballkontakten (Block zählt nicht)
- Sieger ist der Gewinner von 3 Sätzen (oder 2 im „Best of Three")
- Punktevergabe: „Side-out" Zählweise (bis 1999)
  - Nur Punkt der aufschlagenden Mannschaft wird gewertet
  - Satzgewinn bei 15 oder max. 17 Punkten („Scoring cap")
  - Ein entscheidender Satz bis 15 ohne Höchstgrenze
  - Zwei Punkte Abstand
- Punktevergabe: „Rally" Zählweise (ab 1999)
  - Jeder Punkt zählt
  - Satzgewinn bei 25, seltener bei 30 Punkten
  - Ein entscheidender Satz bis 15
  - Zwei Punkte Abstand ohne Höchstgrenze
- Folgende Ausführungen beziehen sich auf Spiele mit 30 Gewinnpunkten pro Satz

2. Wahrscheinlichkeitsmodell und Monte-Carlo-Simulationen

Modellannahmen

- Team A und Team B
- Wahrscheinlichkeit Team A punktet, wenn es returniert: P(A|A returniert)
- Wahrscheinlichkeit Team A punktet, wenn es serviert: P(A|A serviert)
- Es gilt immer:
  P(B|B returniert) = 1 - P(A|A serviert) und P(B|B serviert) = 1 – P(A|A returniert)
- Gleiche Spielstärke:
  P(A|A returniert) + P(A|A serviert) = 1 ⇔ P(B|B returniert) + P(B|B serviert) = 1
- Team A stärker:
  P(A|A returniert) + P(A|A serviert) > 1 ⇔ P(B|B returniert) + P(B|B serviert) < 1
- Team B stärker:
  P(A|A returniert) + P(A|A serviert) < 1 ⇔ P(B|B returniert) + P(B|B serviert) > 1

2. Wahrscheinlichkeitsmodell und Monte-Carlo-Simulationen

Monte-Carlo-Simulation

- Verfahren aus der Stochastik, meistens basierend auf Zufallsexperimenten
- für analytisch nicht oder nur aufwendig lösbare Probleme
- numerische Lösung durch Generieren von Zufallszahlen
- Anwendung der Wahrscheinlichkeitstheorie und des „Gesetzes der großen Zahlen"
- Durchführung mit nahezu beliebigem Umfang am Computer möglich
- z.b. Abschätzen von Risiken durch Darlegung aller möglichen Entscheidungsergebnisse
- nicht nur mögliche Ergebnisse, sondern auch deren Auftretenswahrscheinlichkeit

↳ Programmierung eines MC-Algorithmus durch Herrn Kovacs in Matlab

2.1 Programmcode für die Simulationen in „R"

Beispiel „Rally Point Scoring System"

```
time=1:100
time=time/100
iteration=10000
setpoints=array(dim=c(100,100,iteration,10))

#Rally
length_rally=array(dim=c(100,100,iteration))
wonA_rally=array(rep(0, 10000),dim=c(100,100))
pA_receive=1
pA_serve=1
iter=1
for (pA_receive in 1:99){    # Variierende P(A|A returniert)
   for (pA_serve in 1:99) {  # Variierende P(A|A serviert)
      for (iter in 1:iteration) { #Anzahl an Iterationen der
Spiele
         period=0
         game1=0
         game2=0
         if (runif(1) < 0.5)
            serve=1 else
            serve=2
         while ((game1<=2)&&(game2<=2)){
            point1=0
            point2=0
            if ((game1==2) && (game2==2))
               win=15 else
               win=30
while (((point1<win)&&(point2<win))||(abs(point1-
point2)<2)){
period=period+1
               if (serve==1){
                  if (runif(1)<=(pA_serve/100)){
                     point1=point1+1
                     } else {
                     point2=point2+1
                     serve=2
                  }
                 } else {
                  if (runif(1)<(pA_receive/100)){
                     point1=point1+1
                     serve=1
                     } else
                     point2=point2+1
                  }
               }
            if (point1>point2)
               game1=game1+1 else
               game2=game2+1

setpoints[pA_serve,pA_receive,iter,(game1+game2)*2-
1]=point1

setpoints[pA_serve,pA_receive,iter,(game1+game2)*2]=point2
         }
         if (game1>2)

wonA_rally[pA_serve,pA_receive]=wonA_rally[pA_serve,pA_re
ceive]+1
         length_rally[pA_serve,pA_receive,iter]=period
         iter=iter+1
      }
     pA_serve<-pA_serve + 1
   }
pA_receive<-pA_receive + 1
}
```

2.1 Programmcode für die Simulationen in „R“

Beispiel

```
> setpoints[38, 65, ,]
```

liefert alle simulierten Ergebnisse unter P(A|A serviert) = 0.38 und P(A|A returniert) = 0.65

Table 1: Samples of simulated matches with rally point system, for $P(A|A\ serves) = 0.38$ and $P(A|A\ receives) = 0.65$.

Set 1	Set 2	Set 3	Set 4	Set 5	Result	Length (# of rallies)
30:18	23:30	30:21	30:27		3:1	209
30:27	30:28	20:30	17:30	23:25	2:3	260
23:30	30:27	30:26	27:30	13:15	2:3	251
30:24	27:30	30:27	30:16		3:1	214
27:30	27:30	21:30			0:3	165

2.2 Mittelwert der simulierten Spiellängen

- Spiellänge gemessen über Ballwechselanzahl
- 10.000 Simulationen $\forall$ (P(A|A returniert), P(A|A serviert))
- keine Wahrscheinlichkeiten von 100% und 0%
- Anzahl möglicher Kombinationen = Mächtigkeit des kartesischen Produktes der beiden Wskn im zweistelligen Dezimalbereich

$$|\{0.01,\dots,0.99\}|^2 = 99^2 = 9801$$

- Anzahl simulierter Spiele = 9.801 * 10.000 = 98.010.000 Millionen für jedes Zählsystem
- unterschiedliche Spielstärken berücksichtigt
- Berechnung der Mittelwerte für jede Wahrscheinlichkeitskombination

2.2 Mittelwert der simulierten Spiellängen

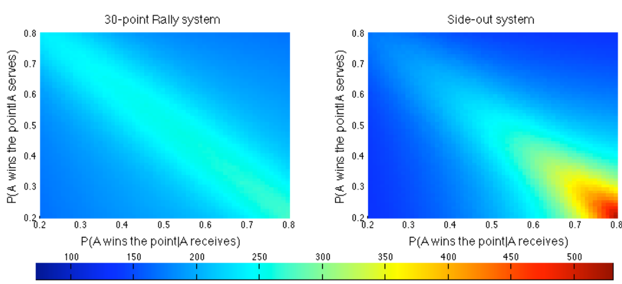


Abb. 1: Durchschnittliche Länge der simulierten Spiele in den beiden Zählsystemen

- Allgemein längere Spieldauer bei ähnlichen Spielstärken
- Längere Spiele im „Side-out“-System nur unter höherer P(A|A returniert) und niedriger P(A|A serviert)
- Ansonsten immer eine längere Spieldauer unter dem „Rally“ System
- Side-out reagiert elastischer auf variierende Spielstärken (→ Bereich P(A|A serviert) ≤ 0,5)

2.2 Standardabweichungen der simulierten Spiellängen

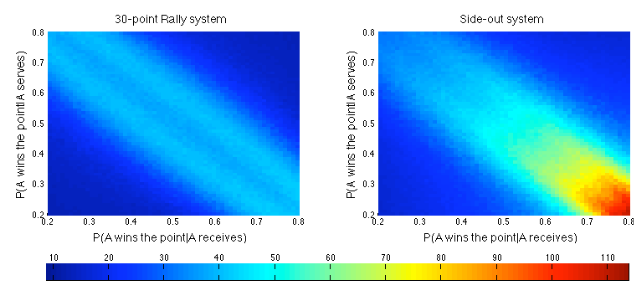


Abb. 2: Die Standardabweichungen in den simulierten Spiellängen der beiden Zählsysteme

- In jeder Kombination geringere Varianz des „Rally“-Systems
- Je ähnlicher die Spielstärke, desto variabler die Spiellängen
- Rückgang der Varianz bei nahezu identischen und stark unterschiedlichen Spielstärken
- Starke Zunahme im „Side-out“ bei wachsender P(A|A returniert)

3. Überprüfung des Modells anhand realer Spielergebnisse

- Daten von 393 Spielen aus der „Women´s Northern Sun Intercollegiate Conference“ 2000 und 2001
- 136 Spiele aus dem Jahr 2000 noch im alten Zählsystem
- 257 Spiele aus dem Jahr 2001 im neuen Zählsystem
- Auch Spieldauer in Minuten angegeben
- Unterschiede zwischen den Zählweisen in den Verhältnissen der Spielstärken
  → typische Wahrscheinlichkeitswerte notwendig
- Fellingham et al.(1994): P(A|A returniert) = 0.7 und P(A|A serviert) = 0.3
- Gleiche Spielstärken unwahrscheinlich

Kovacs: Maximum-Likelihood-Schätzung

3.1 ML-Schätzung geeigneter Wahrscheinlichkeitswerte

- Gegeben ein festes Spielergebnis
- Simulation von 10.000 Spielen unter jeder Wahrscheinlichkeitskombination im 2-stelligen Dezimalbereich
- Ergibt 100 Millionen Simulationen insgesamt
- Anzahl an „Treffer“ gezählt
- Kombination (P(A|A returniert), P(A|A serviert)) mit den meisten „Treffern“
  → maximal wahrscheinlichste für das gegebene Spielergebnis

3.1 ML-Schätzung geeigneter Wahrscheinlichkeitswerte

Beispiel

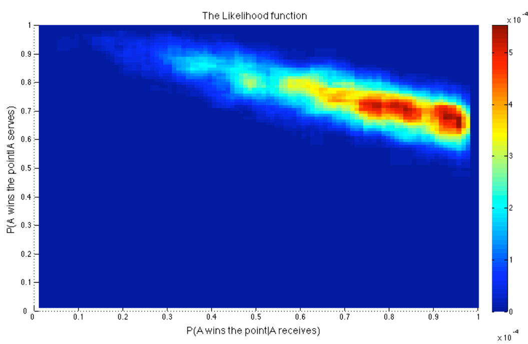


Abb. 3: Der Likelihood-Raum für das Ergebnis 30-12, 30-7, 30-14

- Alle „Treffer“ oberhalb der Diagonalen unter den höheren Kombinationen
- 95%-Konfidenzintervall für P(A|A returniert) = [0.75, 0.91]
- 95%-Konfidenzintervall für P(A|A serviert) = [0.62, 0.74]

3.2 Gemeinsame Verteilung der ML-Schätzungen

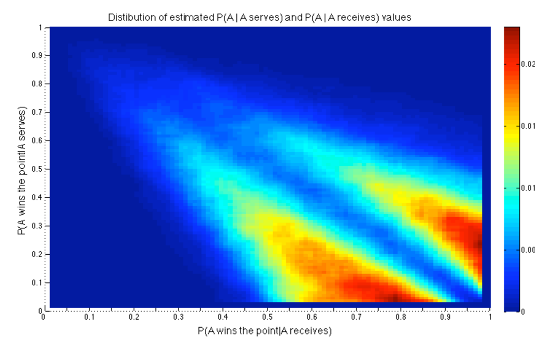


Abb. 4: Die Verteilung der Maximum-Likelihood-Schätzungen

- Verfahren für alle 257 Spiele im Jahr 2001 durchgeführt und die Anteile aufsummiert
- Graph zweigipflig und symmetrisch zur Diagonalen
- Team A in 50% aller Spiele stärker
- P(A|A returniert) = [0.55, 0.85] und P(A|A serviert) meistens < 0.3

3.2 Gemeinsame Verteilung der ML-Schätzungen

- Gewichtung der Unterschiede in den Mittelwerten und Standardabweichungen der Zählsysteme mit der gemeinsamen Verteilung der ML-Schätzungen
- Empirischere Verteilung der Wahrscheinlichkeitskombinationen durch Gewichtung mit in einer Stichprobe ermittelten Häufigkeit

  ⟶ bessere Einschätzung der Wirkung der Regeländerung

- Danach Berechnung der relativen Unterschiede
- Ergebnis:
  - 4,57% durchschnittlich längere Spieldauer und
  - 24,62% geringere Standardabweichung des „30-Point Rally Scoring System“ gegenüber dem „Side-out Scoring System“

Simulationsergebnisse bestätigt

3.3 Die Verteilung und Analyse der Spiellängen

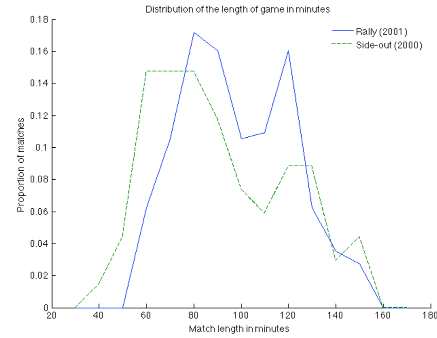


Abb. 5: Verteilung der Spiellängen in der Northern Sun Conference im Jahr 2000 und 2001

- Kleinerer Wertebereich und größere Häufigkeit in der höheren Minutenzahl des „Rally“ Systems
- Im Jahr 2000 mehr Spiele kürzer, im Jahr 2001 die meisten Spiele um den Mittelwert verteilt
- Durchschnittliche Spiellänge stieg um 7.89% von 92.5 auf 99.8 Minuten
- Standardabweichung der Spiellängen verringerte sich um 19% von 27.82 auf 22.56

3.3 Die Verteilung und Analyse der Spiellängen

Zwei-Stichproben-Mittelwertsvergleichstest

- Varianzen unbekannt und als ungleich angenommen → „Welch-Test“ (Voraussetzung: normalverteilte GG)

H0: $\mu_{2001} - \mu_{2000} \le 0$ vs. H1: $\mu_{2001} - \mu_{2000} > 0$

- Die Schätzer für die Parameter in die Prüfvariable eingesetzt:

$$T = \frac{99.8 - 92.5 - 0}{\frac{22.56}{\sqrt{257}} + \frac{27.82}{\sqrt{136}}} = 1.9$$

- Beide Stichprobenumfänge ≥ 30 → Quantile der Standardnormalverteilung
  Signifikanzniveau 1% → H0 ablehnen, wenn

$$T > z_{1-\alpha} \Rightarrow T > z_{0.99} \quad \Rightarrow 1.9 < 2.33$$

- Signifikanzniveau 5% → H0 ablehnen, wenn

$$T > z_{1-\alpha} \Rightarrow T > z_{0.95} \quad \Rightarrow 1.9 > 1.65$$

durchschnittliche Spieldauer signifikant länger

3.3 Die Verteilung und Analyse der Spiellängen

Ein-Stichproben-Chi-Quadrat-Test

- Voraussetzung: Normalverteilte Stichprobe

H0: $\sigma^2{}_{2001} \ge \sigma_0{}^2{}_{2000} = 27.82^2$ vs. H1: $\sigma^2{}_{2001} < \sigma_0{}^2{}_{2000} = 27.82^2$

- Prüfgröße:

$$T = (n-1)\frac{S^2{}_{2001}}{\sigma_0{}^2{}_{2000}} \approx 168.3 \sim \chi^2(256)$$

- Stichprobenumfang > 30 → Quantil der Chi-Quadrat Verteilung mit Hilfe des Quantils der Standardnormalverteilung und Approximationsformel

$$\chi_\alpha{}^2(n) \approx \frac{1}{2}(z_\alpha + \sqrt{2n-1})^2$$ oder mit R: qchisq (p, df)

- Ho ablehnen, wenn T < $\chi_\alpha{}^2(n)$
- Signifikanzniveau 1%:
  - Approximativ: $\chi_\alpha{}^2(n) \approx 205.5$
  - Exakt: qchisq (0.01, 256) = 206.3179

  } > 168.3

Varianz hochsignifikant niedriger

4. Vergleich von 25 und 30 Gewinnpunkten eines Satzes und der Gewinnchancen

- Wiederholung der Simulationen mit 25 Gewinnpunkten (win = 25)
- Varianz sogar noch niedriger
- Nach Gewichtung mit gemeinsamer Verteilung keine signifikanten Unterschiede in der Spieldauer zum „Side-out“
- Bevorteilung des besseren Teams?
  → Differenzen der Wahrscheinlichkeit zu siegen in beiden Zählsystemen

$$P(A \text{ gewinnt das Spiel}) = \frac{\text{Anzahl der gewonnenen Spiele von Team } A}{10000}$$

4. Vergleich von 25 und 30 Gewinnpunkten eines Satzes und der Gewinnchancen

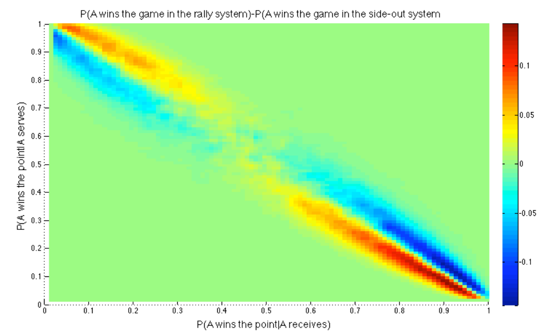


Abb. 6: Die Unterschiede der Gewinnchancen vom Team A in den beiden Zählsystemen

- Unterschiede nur auf der Diagonale
- Bis zu den hohen Wahrscheinlichkeiten ≤ 5%
- Bei geringfügiger Änderung der Servicestärke bzw. Returnstärke wechselt das Vorzeichen
- Nach Gewichtung mit gemeinsamer Verteilung keine signifikante Bevorteilung

5. Ausblick auf weitere Möglichkeiten der statistischen Analyse

- Einfache Regression oder Varianzanalyse
- Logistische Regression
- Verteilungsfreie Tests (→ Median): z.B
  - Wilkoxon Vorzeichen Rang Test
  - Mit den Werten beider Stichproben: Wilkoxon Rangsummen Test
- Vierfeldertafel mit Varianz 27.82 vom „Side-out“ als Bereichsgrenze
- Odds-Ratio und Chi-Quadrat Unabhängigkeitstest

Zusammenfassung

- Nachweis des Effektes der Regeländerung mit Hilfe von MC-Simulationen
- Auswertung der Simulationen ergibt eine um 24.62% verringerte Standardabweichung des „Rally System“
- In den beobachteten Spielen von 2001 eine um 19%
- Nebeneffekt einer längeren Spieldauer nur bei Sätzen mit 30 Gewinnpunkten (4.57% und 7.89%)
- Ziel der „International Volleyball Federation“ erreicht
- Modell auf andere Sportarten ohne begrenzte Spieldauer anwendbar
- Änderungen in den Regeln können vorher auf ihre Wirkung überprüft werden